

Рисунок 3.22, а

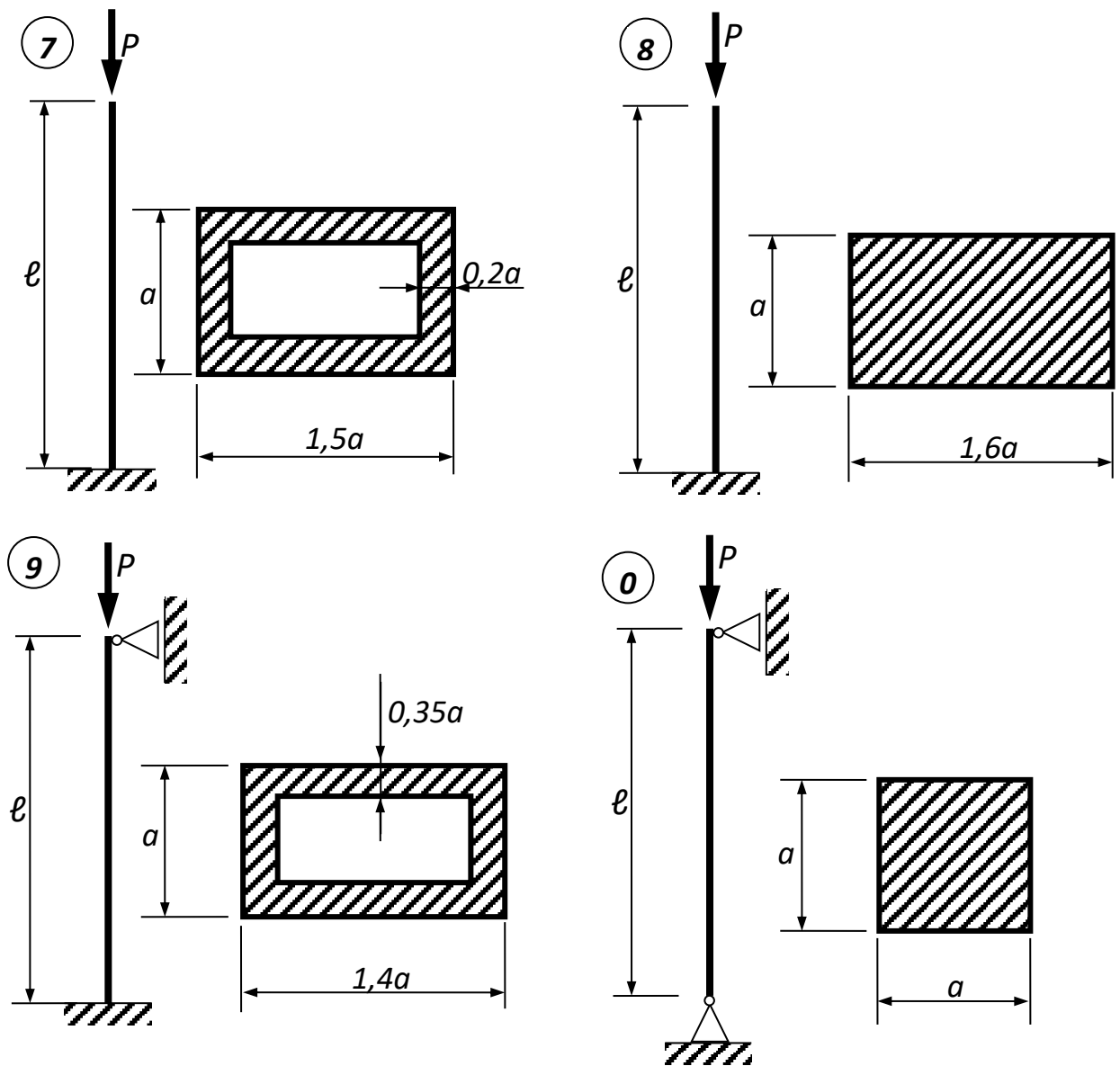


Рисунок 3.22, б

3.14.2. Алгоритм и методика расчета

1) Определение коэффициента μ приведения длины ℓ по заданной расчетной схеме (рисунки 3.22, а, б, в) и в соответствии с рисунком 3.23.

2) Вывод формул необходимых для расчета конструктивно-геометрических характеристик стержня в зависимости от искомых параметров « a » или « d », « ℓ » и « μ » (см. рисунки 3.22, а, б, в):

- площади F поперечного профиля;
- минимальных значений момента J и радиуса i инерции относительно главной центральной оси « min » сечения, согласно (1.47) и «Приложения Б» к методическим указаниям;
- гибкости λ , в соответствии с (1.46).

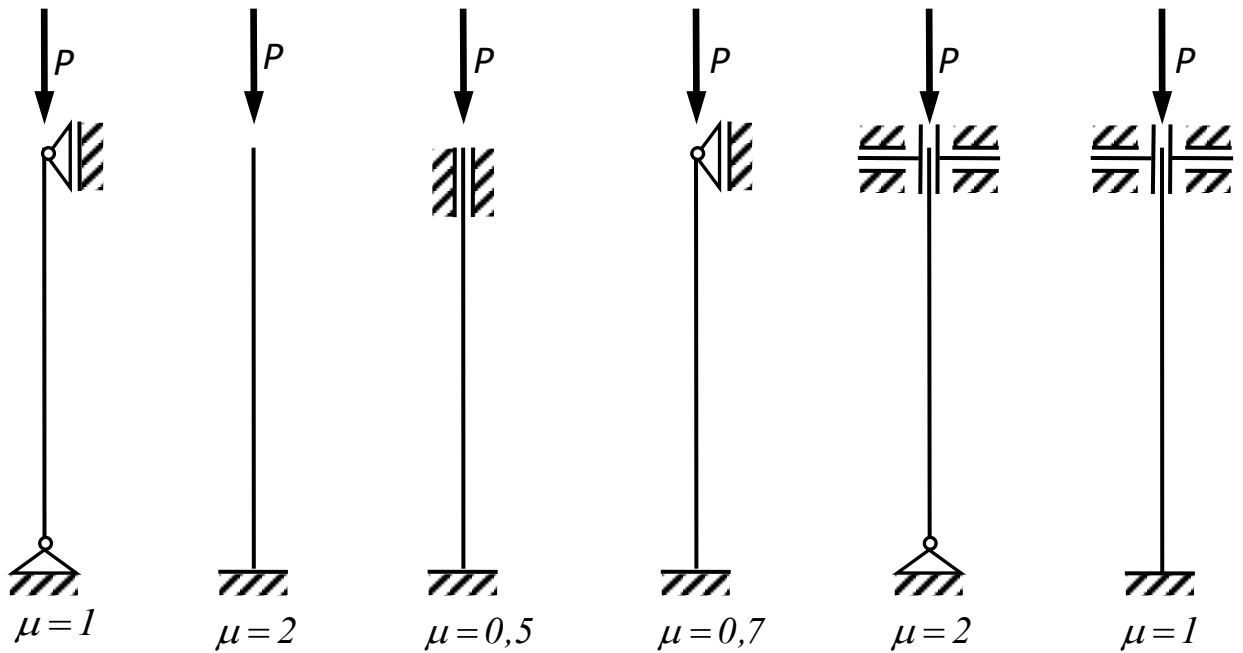


Рисунок 3.23

3) Подбор размеров поперечного сечения сжатого бруса методом последовательных приближений с использованием таблицы «Приложения В» при начальном значении коэффициента продольного изгиба $\varphi_1 = 0,5$ (в первом приближении), руководствуясь п. 1.6 методических указаний (см. поз. 3 – проектировочный расчет).

4) Вычисление критического напряжения $\sigma_{кр}$ по результатам последнего (j -го) приближения в зависимости от значения фактической гибкости λ_j :

- по формуле Эйлера (для стержней большой гибкости)

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_j^2}, \quad (\lambda_{нр} \leq \lambda_j \leq \lambda_{max} \text{- по таблице «Приложения В»}); \quad (3.33)$$

- или по эмпирической функции Энгессера-Ясинского (стержни средней гибкости)

$$\sigma_{кр} = a_o - b_o \lambda_j, \quad (\lambda_o \leq \lambda_j \leq \lambda_{нр}); \quad (3.34)$$

- либо по пределу текучести σ_T (малогибкие брусья)

$$\sigma_{кр} = \sigma_T, \quad (0 \leq \lambda \leq \lambda_o). \quad (3.35)$$

В этих аналитических соотношениях буквенные обозначения λ_0 , λ_{np} , λ_{max} представляют собой механические постоянные материала (см. подраздел 1.6 данных методических указаний).

5) Определение критической силы $P_{кр}$

$$P_{кр} = \sigma_{кр} \cdot F, \quad (3.36)$$

где $F = F_j$ - подобранный размер площади поперечного сечения стержня в последнем (j -м) приближении.

1) Нахождение допускаемой нагрузки $[P] \geq <P$ (P - величина сжимающей силы по таблице 11) для оценки возможного перенапряжения или недонапряжения рассматриваемого несущего элемента конструкции

$$[P] = F_j \cdot [\sigma] \cdot \varphi_{jT}, \quad (3.37)$$

где φ_{jT} - конечная табличная величина коэффициента продольного изгиба (таблица «Приложения В») в методе последовательных приближений.

7) Определение расчетного коэффициента запаса устойчивости $n_y > 1$ с использованием зависимости (1.59).

8) Построение в масштабе графика функции $\sigma_{кр}(\lambda)$ для материала своего варианта (таблица 11) по аналогии и образцу, приведенному на рисунке 1.10, с изображением точки j , соответствующей гибкости λ_j последнего приближения и $\sigma_{кр}$, согласно (3.33) – (3.35).

Указания.

1) Во втором и последующих приближениях для уменьшения объема вычислений рекомендуется принимать численные значения параметра φ_k следующим образом:

$$\varphi_k = \frac{\varphi_{k-1} + \varphi_{k-1,T}}{2}, \quad (3.38)$$

где $k=2, 3, 4, \dots, j$ - порядковый номер приближения.

2) Общее количество приближений j при подборе размеров поперечного сечения определяется условием равенства

$$\varphi_j = \varphi_{jT}, \quad (3.39)$$

которое должно соблюдаться с точностью до трех цифр после запятой. Это требование гарантирует невозможность сверхнормативных перегрузок более

5% ($P > [P]$), что опасно для конструкции, и недогрузок свыше 10-15% ($P < [P]$), вызывающих перерасход материала.

3) В процессе реализации алгоритма решения задачи необходимо применять процедуру линейной интерполяции, когда расчетные значения гибкости λ_k ($k=2, 3, 4, \dots, j$) в соответствующем (k - ом) приближении не совпадают с численными значениями λ таблицы «Приложения В», кратными 10.

3.15 Пример выполнения расчетно-проектировочной работы (РПР № 6, задача № 7)

Определить размеры поперечного сечения стержня. Схема закрепления и форма сечения представлены на рисунке 3.24.

Длина стойки $\ell = 3\text{ м}$, нагрузка $P = 400\text{ кН}$, материал – сталь Ст.3, предел текучести $\sigma_T = 240\text{ МПа}$, предел пропорциональности $\sigma_{mц} = 200\text{ МПа}$, допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma_c] = 160\text{ МПа}$, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5\text{ МПа}$.

1) Определим коэффициент приведенной длины по заданной расчетной схеме, так как стержень имеет шарнирное закрепление с обеих сторон, то $\mu = 1$ (рисунок 3.23).

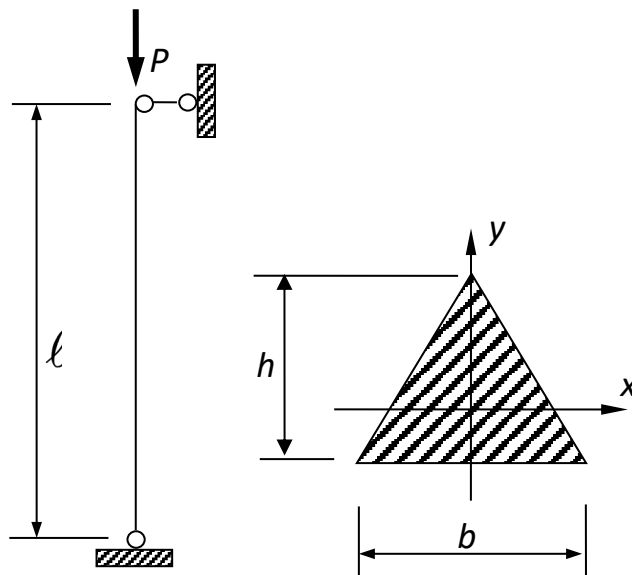


Рисунок 3.24

2) Выведем формулы, которые необходимы для расчета геометрических характеристик стержня в зависимости от искомых параметров:

- Площадь поперечного сечения равностороннего треугольника

$$F = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}b\sqrt{b^2 - \frac{b^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{0,75} \cdot b^2 = 0,433b^2,$$

где $h = \sqrt{b^2 - \frac{b^2}{4}}$ - высота треугольника.

- Минимальное значение момента инерции данного треугольника

$$J_x = \frac{b(b\sqrt{0,75})^3}{36} = 0,01804b^4;$$

$$J_y = \frac{b^3(b\sqrt{0,75})}{48} = 0,01804b^4.$$

Из двух значений необходимо выбрать минимальный момент инерции, но в данном случае так как сечением стойки является равносторонний треугольник, оба момента инерции одинаковы и соответственно можно выбрать любой из них, пусть это будет J_x .

Найдем радиус инерции относительно главной оси сечения (ось x)

$$i = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{0,01803 \cdot d^4}{0,5\sqrt{0,75} \cdot d^2}} = 0,2039d.$$

3) Подберем размеры проектируемого сечения методом последовательных приближений с использованием приложения Е.

Начальным значением коэффициента продольного изгиба $\varphi_1 = 0,5$ (в первом приближении), в этом случае площадь сечения из условия устойчивости определяется по формуле:

$$F_1 = \frac{P}{\varphi_1[\sigma_c]} = \frac{400}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,005(\text{м}^2).$$

Из выражения для определения площади равностороннего треугольника найдем величину b

$$b_1 = \sqrt{\frac{F_1}{0,433}} = \sqrt{\frac{0,005}{0,433}} = 0,1075(\text{м}).$$

Далее необходимо определить радиус инерции треугольника

$$i_1 = 0,2041b_1 = 0,2041 \cdot 0,1075 = 0,0219(\text{м}).$$

Гибкость стержня может быть вычислена по следующей формуле

$$\lambda_1 = \frac{\mu \ell}{i_1} = \frac{1 \cdot 3}{0,0219} = 136,986.$$

По приложению Е необходимо определить значение коэффициента φ_1^T с использованием линейной интерполяции. Коэффициент φ_1^T находится в пределах между $\varphi = 0,4$ при $\lambda = 130$ и $\varphi = 0,36$ при $\lambda = 140$. Для облегчения расчета можно воспользоваться следующей схемой:

λ	φ
130	0,4
136,986	$\rightarrow \varphi_1^T = 0,4 - \frac{0,4 - 0,36}{10} \cdot 6,986 = 0,3721$
140	0,36

где $10 = 140 - 130$ – в данном случае это величина будет постоянной на всем протяжении расчета;

$$6,986 = 136,986 - 130.$$

Так как разница между коэффициентами φ_1 и φ_1^T является довольно существенной, то нужно выполнить второе приближение при

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1^T}{2} = \frac{0,5 + 0,3721}{2} = 0,4361.$$

Далее весь расчет повторяется заново.

Определяем площадь поперечного сечения стержня

$$F_2 = \frac{P}{\varphi_2 [\sigma_c]} = \frac{400}{0,4361 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,00573 (\text{м}^2).$$

Величина b_2 будет равна

$$b_2 = \sqrt{\frac{F_2}{0,433}} = \sqrt{\frac{0,00573}{0,433}} = 0,115 (\text{м}).$$

Радиус инерции

$$i_2 = 0,2041 b_2 = 0,2041 \cdot 0,115 = 0,0235 (\text{м}).$$

Гибкость стойки вычисляется по формуле

$$\lambda_2 = \frac{\mu \ell}{i_2} = \frac{1 \cdot 3}{0,0235} = 127,659.$$

По таблице значений коэффициентов продольного изгиба и гибкости определим φ_2^T

λ	φ
120	0,45
127,659	→
130	$\varphi_2^T = 0,45 - \frac{0,45 - 0,4}{10} \cdot 7,659 = 0,4117$
	·
	0,4

Расхождение между φ_2 и φ_2^T превышает допустимую норму. В связи с этим мы вынуждены выполнить третье приближение при

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2^T}{2} = \frac{0,4361 + 0,4117}{2} = 0,4239.$$

Площадь сечения стойки будет равна

$$F_3 = \frac{P}{\varphi_3 [\sigma_c]} = \frac{400}{0,4239 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,00589 (\text{м}^2).$$

Размер b_3 будет равен

$$b_3 = \sqrt{\frac{F_3}{0,433}} = \sqrt{\frac{0,00589}{0,433}} = 0,117 (\text{м}).$$

Далее определяем радиус инерции

$$i_3 = 0,2041 b_3 = 0,2041 \cdot 0,117 = 0,0239 (\text{м}).$$

Гибкость стержня, как и выше, находится по формуле

$$\lambda_3 = \frac{\mu \ell}{i_3} = \frac{1 \cdot 3}{0,0239} = 125,523.$$

Аналогично ранее сделанным приближениям, по приложению Е определим коэффициент φ_3^T

λ	φ
120	0,45
125,523	\rightarrow
130	$\varphi_i^T = 0,45 - \frac{0,45 - 0,4}{10} \cdot 5,523 = 0,4224$
	0,4

Разница между исходным φ_3 и действительным φ_3^T коэффициентами составляет

$$\frac{0,4239 - 0,4224}{0,4239} \cdot 100\% = 0,35\%$$

поэтому приближения можно считать законченными (допускаемое расхождение до 5%).

Далее необходимо произвести проверку подобранных размеров поперечного сечения стойки.

4) Вычисляем критическое напряжение $\sigma_{кр}$ по результатам последнего (3-го) приближения в зависимости от значения фактической гибкости $\lambda_3 = 125,523$.

- По формуле Эйлера (для стержней большой гибкости)

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_3^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{125,523^2} = 125,153 \text{ (МПа)}.$$

5) Определяем критическую силу

$$P_{кр} = \sigma_{кр} \cdot F_3 = 125,153 \cdot 0,00589 = 0,737 \text{ (Мн)}.$$

6) Находим допускаемую нагрузку, для оценки возможного перенапряжения или недонапряжения рассматриваемого несущего элемента конструкции ($[P] \leq P$)

$$[P] = F_3 [\sigma_c] \varphi_3^T = 0,00589 \cdot 160 \cdot 0,4224 = 0,398 \approx 0,4 \text{ (Мн)}.$$

7) Вычисление расчетного коэффициента запаса устойчивости $n_y > 1$

$$n_y = \frac{P_{кр}}{[P]} = \frac{0,737}{0,398} = 1,85 > 1.$$

Таким образом, мы выбрали поперечное сечение стойки в виде равностороннего треугольника со стороной $0,117\text{м}$.

Значения коэффициента φ_T в зависимости от материала и гибкости λ

Гибкость λ	Коэффициенты продольного изгиба φ_T					
	Стали марок			Алюминиевые сплавы		
	Ст. 3 Ст. 4 Ст. 25	Ст. 5 Ст. 35	14Г2 10Г2С	Д16Т	АМГ-М	АВ-Т1
0	1,00	1,00	1,00	1,000	1,000	1,000
10	0,99	0,98	0,97	0,999	0,973	0,998
20	0,97	0,96	0,95	0,998	0,945	0,996
30	0,95	0,93	0,92	0,835	0,917	0,900
40	0,92	0,90	0,89	0,700	0,870	0,780
50	0,89	0,85	0,84	0,568	0,770	0,660
60	0,86	0,80	0,78	0,455	0,685	0,557
70	0,81	0,74	0,71	0,353	0,603	0,463
80	0,75	0,67	0,63	0,269	0,530	0,387
90	0,69	0,59	0,54	0,212	0,465	0,332
100	0,60	0,50	0,46	0,172	0,415	0,285
110	0,52	0,43	0,39	0,142	0,365	0,236
120	0,45	0,37	0,33	0,119	0,327	0,200
130	0,40	0,32	0,29	0,101	0,296	0,171
140	0,36	0,28	0,25	0,087	0,265	0,147
150	0,32	0,25	0,23	0,076	0,235	0,128
160	0,29	0,23	0,21	-	-	-
170	0,26	0,21	0,19	-	-	-
180	0,23	0,19	0,17	-	-	-
190	0,21	0,17	0,15	-	-	-
200	0,19	0,15	0,13	-	-	-
210	0,17	0,14	0,12	-	-	-
220	0,16	0,13	0,11	-	-	-

